**Програма підготовки учнів до участі**

**в математичних олімпіадах**

Основним завданням підготовки до участі в математичних олімпіадах є забезпечення високого рівня математичної культури, формування стійкого, усвідомленого інтересу до математики, розвиток творчого потенціалу здібних та обдарованих учнів, оволодіння ними математичними методами, які дають змогу розв’язувати складні й нестандартні задачі зі значним евристичним навантаженням.

Підготовка учнів до олімпіади передбачає високий рівень засвоєння ними обов’язкової програми, пропонована програма є доповненням до неї.

Методичні підходи, організаційні форми, порядок вивчення тем обираються вчителем відповідно до вікових можливостей, змісту матеріалу та рівня засвоєння учнями обов’язкового матеріалу.

Пропонована програма також може бути рекомендована учням у самостійній підготовці до участі в олімпіадах.

До вивчених тем корисно повертатися щороку, поглиблюючи та підсилюючи їх більш складними задачами.

***Елементи теорії чисел***

**1. Подільність цілих чисел**. Класифікація натуральних чисел (прості й складені, парні й непарні). Розбиття множини натуральних чисел на підмножини відношенням; «мати рівні остачі в результаті ділення на задане число». Взаємно прості числа.

Ознаки подільності на 2, 3, 4, 5, 7, 8, 9, 11. Основна теорема арифметики. Теорема про ділення з остачею. НСК та НСД чисел. Теореми про подільність суми, добутку чисел. Алгоритм Евкліда. Мала теорема Ферма.

**2. Задачі з цифрами**. Періодичність повторень остач від ділення на число b, починаючи з деякого місця членів послідовност а, а2,… аn. находження останньої цифри степеня. Задачі про переставляння цифр у числі, про існування числа з певними властивостями.

**3. Раціональні дроби.** Виділення цілої частини дробу. Скорочення дробів і порівняння дробів. Задачі типу:

а) При яких n поданий дріб є цілим числом?

б) При яких n поданий дріб є скоротним?

в) Довести, що дріб нескоротний.

**4. Метод математичної індукції (ММІ)**, його застосування для доведення тотожностей, нерівностей і розв’язування задач на подільність.

**5. Системи числення**. Поняття про системи числення. Запис числа в заданій системі числення. Як перевести число з однієї системи числення в іншу.

**6. Комбінаторика та біном Ньютона**. Комбінаторні правила додавання і множення. Перестановки, розміщення, комбінації (без повторення і з повторенням). Число підмножин скінченної множини. Біном Ньютона. Властивості біноміальних коефіцієнтів. Трикутник Паскаля.

***Алгебра***

**1. Невизначені рівняння**. Лінійні діофантові рівняння. Задачі, що приводять до невизначених рівнянь. Способи розв’язань:

Перетворення в добуток.

Виділення повних квадратів.

Вираження однієї змінної через іншу.

Перехід до рівняння з однією змінної з параметрами.

Метод перебору у випадку симетричних рівнянь з трьома й більше невідомими.

Метод єдиності.

Доведення від супротивного.

**2. Многочлени**. Формули скороченого множення. Розкладання многочленів на множники. Взаємно прості многочлени. Доведення тотожностей. Умовні рівності. Розкладання виразів виду

$x^{n}- y^{n} $**,** $x^{2n-1}+ y^{2n-1}$ **(n ≥ 2)**

Ділення многочленів. Частка, остача від ділення многочленів. Теорема Безу. Похідні пропорції. Метод невизначених коефіцієнтів. Розкладання раціональних виразів на елементарні дроби.

**3. Доведення нерівностей**. Способи доведення: за означенням; спосіб підсилення; від супротивного; тотожні перетворення від очевидної до заданої, і навпаки; заміна змінної, метод математичної індукції, застосування відомих або раніше доведених нерівностей. Класичні нерівності: нерівність Коші, Коші-Буняковского, нерівність Йенсена, нерівності, що пов’язують середні величини.

**4. Ціла та дробова частини числа**. Функції

y = [х] та у = {x},

їх властивості та графіки. Рівняння, що містять цілу й дробову частини, способи їх розв’язання. Задачі, що приводять до знаходження цілої або дробової частин числа. Графіки функцій, що містять цілу або дробову частини числа.

**5. Задачі з параметрами**. Контрольне значення параметра. Врахування взаємного розташування коренів і параметра під час розв’язування нерівностей. Графічне та аналітичне розв’язування нерівностей, рівнянь та їх систем із параметрами. Використання властивостей функцій.

**6. Числові послідовності**. Означення числової послідовності. Формула загального члена, види, способи задання послідовності. Числа Фібоначчі. Границя числової послідовності. Теорема Вейєрштрасса. Способи знаходження сум.

***Геометрія***

1. Визначні точки й лінії в трикутнику. Коло Ейлера. Вписані й описані трикутники. Вимірювання кутів і дуг. Співвідношення в колі. Чотирикутник і коло. Коло як засіб розв’язування задач. Площі фігур. Теореми Птолемея, Чеви, Менелая.

2. Геометричні місця точок. Відшукання ГМТ. Центр мас. Задачі на побудову (метод ГМТ, метод спрямлення, метод подібності, алгебраїчний метод тощо).

3. Геометричні нерівності. Нерівність трикутника. Нерівності з площами. Задачі на максимум і мінімум.

4. Застосування методу координат до розв’язування геометричних задач на побудову, відшукання множин точок, обчислення,доведення.

***Математичний аналіз***

**1. Функції**. Властивості функцій. Дослідження функцій за допомогою похідної. Застосування похідної до розв’язування задач на знаходження найбільшого та найменшого значень функції. Границя функції та послідовності. Критерій існування границі функції. Асимптоти графіків. Перетворення графіків. Знаходження періоду функції. Теорема Больцано-Коші.

Інтеграли та їх застосування. Обчислення інтегралів на основі геометричного змісту.

**2. Функціональні рівняння**. Способи розв’язання. Функціональні рівняння Коші. Метод перебору. Задачі на відшукання функцій з наперед заданими властивостями.

**3. Доведення нерівностей методами математичного аналізу:** використання теорем про диференційовні функції на відрізку, застосування властивостей функцій, використання похідної першого та другого порядків, використання визначеного інтеграла.

**Традиційні олімпіадні теми**

Нижче названі теми зустрічаються під час розв’язу¬вання задач із різних розділів математики, тому ці питання можна розглядати як на окремих тематич¬них заняттях, так і під час вивчення інших розділів зазначеної програми.

1. Принцип Діріхле.

2. Інваріанти.

3. Кола Ейлера.

4. Розфарбування, замощування, покриття, паркети.

5. Задачі на сітках.

6. Задачі про таблиці.

7. Ігрові стратегії.

8. Розрізання, переливання, зважування.

9. Принцип «крайнього».

10. Пошуки закономірностей.

11. Графи допомагають розв’язувати логічні задачі.